

ЛИТЕРАТУРА

1. Айзекс Р. Дифференциальные игры. М.: Мир, 1985.
2. Понтрягин Л.С. Линейные дифференциальные игры преследования // Матем. сб. Новая серия. 1980. Т. 112. С. 307–330.
3. Ухоботов В.И. Область безразличия в однотипных дифференциальных играх на ограниченном промежутке времени // Прикл. математика и механика. 1994. Т. 58. Вып. 6. С. 56–62.
4. Ухоботов В.И. Синтез управления в однотипных дифференциальных играх с фиксированным временем // Вестник Челябинского государственного университета. Сер. Математика. Механика. Челябинск. 1996. Вып. 1. С. 178–184.
5. Алеева С.Р., Ухоботов В.И. Моделирование гарантированного управления с интегральным ограничением в линейной управляемой системе // Вестник Челябинского государственного университета. Сер. 3. Математика. Механика. Информатика. 2002. № 1(6). С. 133–146.
6. Ухоботов В.И. Метод одномерного проектирования в линейных дифференциальных играх с интегральными ограничениями: Учеб. пособие. Челябинск: Челябинский государственный университет, 2005. 124 с.
7. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974. 456 с.

Ухоботов Виктор Иванович
Челябинский государственный ун-т
Россия, Челябинск
e-mail: ukh@csu.ru

Поступила в редакцию 27 апреля 2007 г.

СВОЙСТВО СТАБИЛЬНОСТИ В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ИГРАХ СБЛИЖЕНИЯ – УКЛОНЕНИЯ С ФАЗОВЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ ¹

© В. Н. Ушаков, И. В. Байдосов, Д. К. Михалев

Задана конфликтно-управляемая система, поведение которой на промежутке времени $[t_0, \vartheta]$ ($t_0 < \vartheta < \infty$) определяется уравнением

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(t, x, u, v), & x(t_0) &= x_0, & (*) \\ u &\in P, & v &\in Q. \end{aligned}$$

Здесь x — m -мерный вектор из евклидова пространства R^m , u — управление первого игрока, v — управление второго игрока, P и Q — компакты в евклидовых пространствах R^p и R^q , соответственно.

¹Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 05-01-00601), гранта Президента РФ по поддержке ведущих научных школ НШ-8512.2006.1 и программы научного сотрудничества с СО РАН.

Предполагается, что выполнены условия:

- А.** Вектор-функция $f(t, x, u, v)$ определена и непрерывна по совокупности переменных (t, x, u, v) на множестве $I \times R^m \times P \times Q$ и удовлетворяет условию: для любого компакта $D \subset I \times R^m \times P \times Q$ найдется такое $L = L(D) \in (0, \infty)$, что

$$\|f(t, x^{(1)}, u, v) - f(t, x^{(2)}, u, v)\| \leq L\|x^{(1)} - x^{(2)}\|$$

для любых $(t, x^{(i)}, u, v)$ из D ; $i = 1, 2$.

- Б.** Существует такое число $\gamma \in (0, \infty)$, что

$$\|f(t, x, u, v)\| \leq \gamma(1 + \|x\|)$$

для любых $(t, x, u, v) \in I \times R^m \times P \times Q$.

Здесь $\|f\|$ — норма вектора f в соответствующем евклидовом пространстве; I — отрезок времени, содержащий внутри себя $[t_0, \vartheta]$.

Рассматривается дифференциальная игра сближения–уклонения, которая складывается из задачи о сближении и задачи об уклонении [1]. Игра происходит в ограниченной и замкнутой области $\Phi = I \times \Phi^*$, где Φ^* — компактное множество из пространства R^m .

В задаче о сближении, стоящей перед первым игроком, требуется обеспечить попадание движения $x(t)$ ($(t, x(t)) \in \Phi$, $t \in [t_0, \vartheta]$) системы (*) в момент ϑ на замкнутое множество M , содержащееся в $\Phi(\vartheta) = \{x \in R^m : (\vartheta, x) \in \Phi\}$. Решение задачи требуется обеспечить в классе позиционных процедур управления первого игрока [1].

В задаче об уклонении, стоящей перед вторым игроком, требуется обеспечить уклонение движения $x(t)$ системы (*) от некоторой ε -окрестности M_ε ($\varepsilon > 0$) множества M в случае, если $(t, x(t)) \in \Phi$, $t \in [t_0, \vartheta]$, или же обеспечить для движения $x(t)$ нарушение условия $(t, x(t)) \in \Phi$, $t \in [t_0, \vartheta]$. Решение задачи требуется обеспечить в классе контрпозиционных процедур управления второго игрока [1].

Показано [1], что для сформулированной дифференциальной игры справедлива альтернатива: существует такое замкнутое множество $W^0 \subset \Phi$, называемое множеством позиционного поглощения, что для всех исходных позиций $(t_*, x_*) \in W^0$ разрешима задача о сближении, а для всех исходных позиций $(t_*, x_*) \in \Phi \setminus W^0$ разрешима задача об уклонении. При этом установлено, что W^0 есть максимальный u -стабильный мост, т. е. максимальное множество в Φ , содержащее множество $(\vartheta, M) = \{(\vartheta, x) : x \in M\}$ и обладающее свойством стабильности.

Свойство стабильности является центральным свойством в теории позиционных дифференциальных игр. В докладе обсуждаются различные формулировки свойства стабильности. Самая ранняя формулировка свойства появилась в работах Н. Н. Красовского и А. И. Субботина [1]. В 70-е гг. в теории дифференциальных игр формируется новое направление — унификация дифференциальных игр [2, 3]. Отметим и более поздние работы, в которых приведены унификационные схемы весьма общего вида [4, 5]. В докладе приводятся эти схемы. Также приводится метод приближенного построения максимального стабильного моста в задаче о сближении. Выписаны попятные (во времени) рекуррентные соотношения, определяющие систему множеств, аппроксимирующую максимальный стабильный мост. Приведены примеры вычисления на ЭВМ аппроксимирующей системы множеств.

ЛИТЕРАТУРА

1. Красовский Н. Н., Субботин А. И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974.
2. Красовский Н. Н. К задаче унификации дифференциальных игр // Докл. АН СССР. 1976. Т. 226, № 5. С. 1260–1263.
3. Красовский Н. Н. Унификация дифференциальных игр // Игровые задачи управления: тр. Ин-та математики и механики. Свердловск: УНЦ АН СССР, 1977. Т. 24. С. 32–45.
4. Тарасьев А. М., Ушаков В. Н. О построении стабильных мостов в минимаксной игре сближения–уклонения. М., 1983. Деп. в ВИНТИ 05.05.1983. № 2454-83.
5. Григорьева С. В., Пахотинских В. Ю., Успенский А. А. и др. Конструирование решений в некоторых дифференциальных играх с фазовыми ограничениями // Матем. сб. 2005. Т. 196, № 4. С. 51–78.

Ушаков Владимир Николаевич
Институт математики и
механики УрО РАН
Россия, Екатеринбург
e-mail: ushak@imm.uran.ru

Михалев Дмитрий Константинович
Уральский государственный
технический ун-т
Россия, Екатеринбург
e-mail: ddmk@r66.ru

Поступила в редакцию 5 мая 2007 г.

К ВОПРОСУ О СТАБИЛИЗАЦИИ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ, СОСТОЯЩЕЙ ИЗ ДВУХ МАТЕРИАЛЬНЫХ ТОЧЕК, СОЕДИНЕННЫХ ЖЕСТКОЙ ТЯГОЙ

© И. В. Феклисов

Эта работа продолжает исследование динамики управляемой механической системы (рис. 1), начатое в [1, 2]. Здесь m_i — масса i -ой материальной точки, g — ускорение свободного падения, $r_i = (x_i, y_i)$ — координаты точки m_i в инерциальной системе координат, $w = (w_1, w_2)$ — вектор управляющих сил, $f(t) = (f_1(t), f_2(t))$ — возмущающая сила (помеха), приложенная к точке m_2 . Предполагается, что точки m_i жестко связаны тягой нулевой массы длины l , и колебания системы происходят в плоскости XOY .